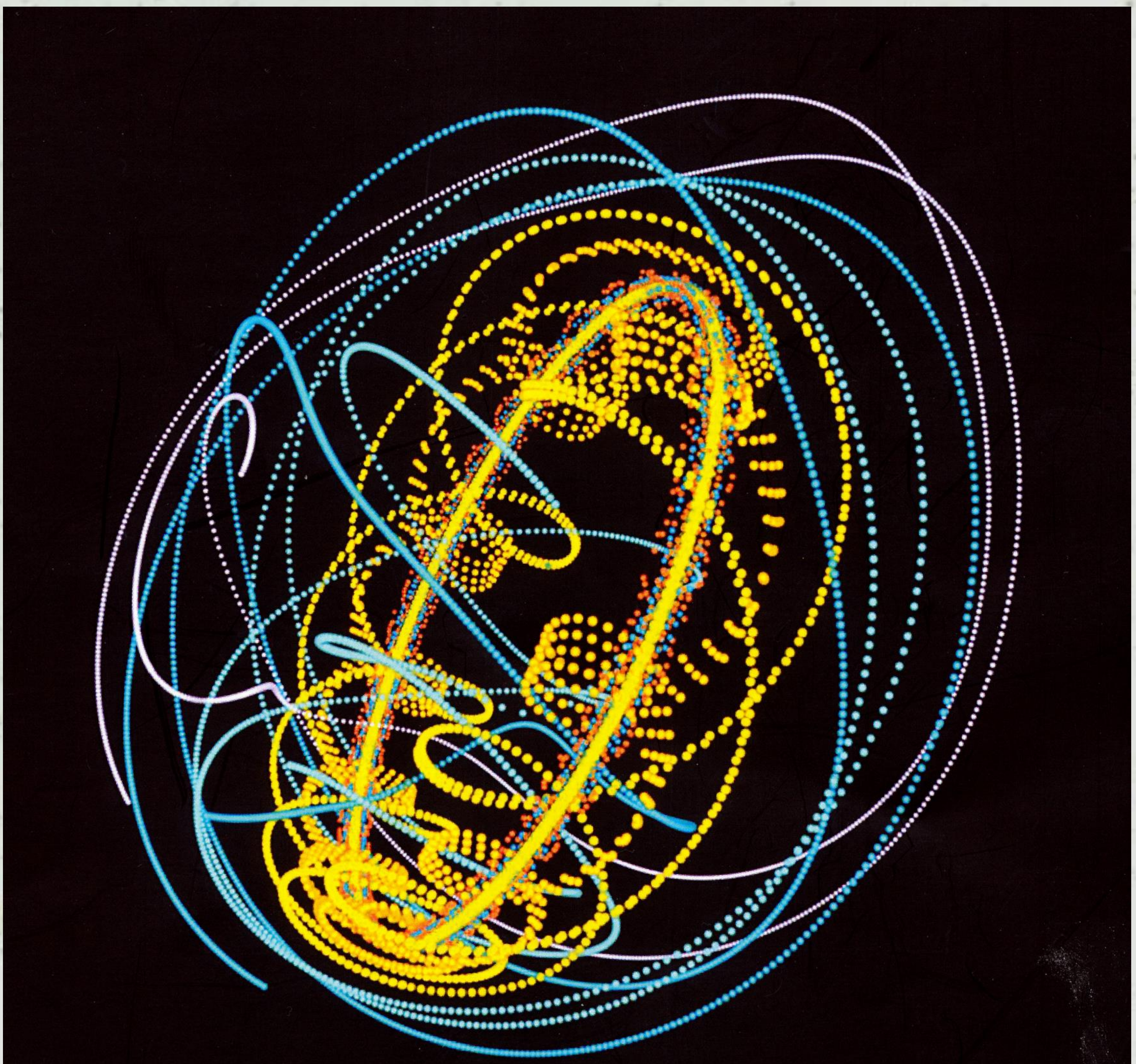
Trajectoires…

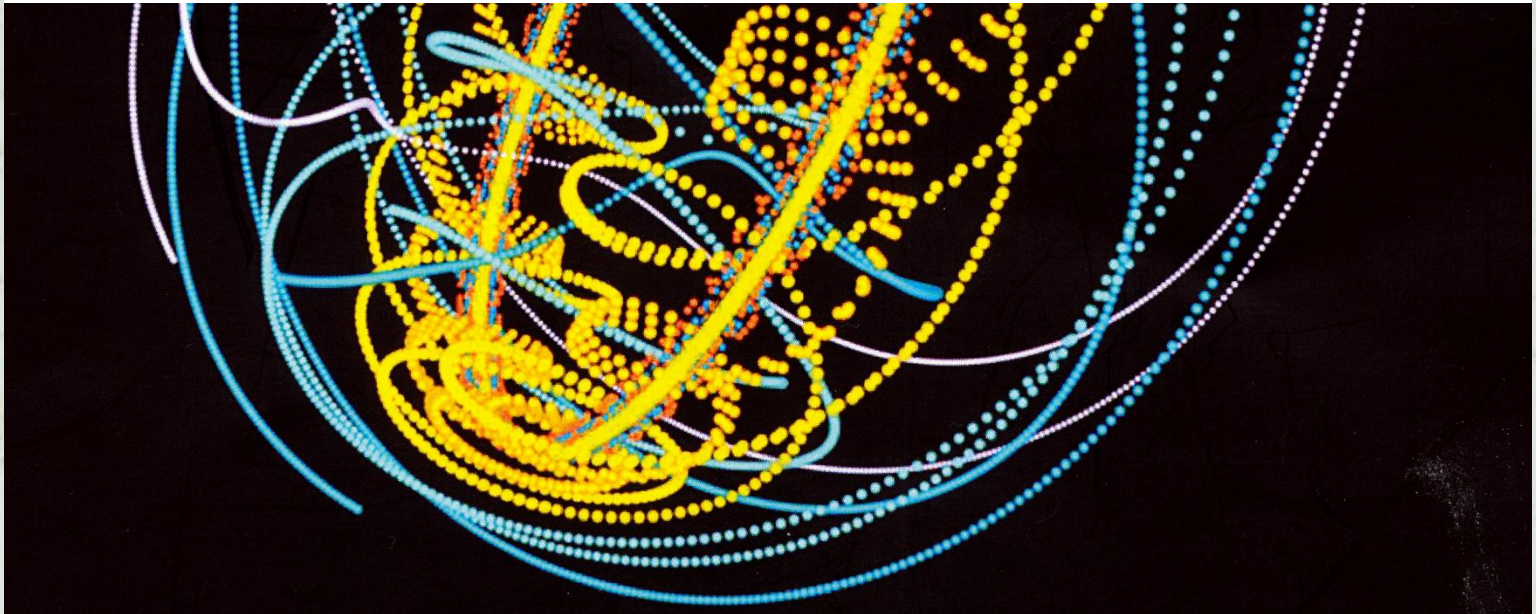
Puisque nous voulons aborder les planètes du système solaire, il est naturel de rendre hommage à celui qui le premier sur Terre a pu comprendre la trajectoire de Mars, relevée par les mesures de Tycho Brahe mais établie dans la douleur par lui-même : Johannes Kepler.

1- les planètes tournent autour du Soleil sur des ellipses, le Soleil étant un foyer.
2- la loi des aires, à chaque unité de temps le rayon qui joint la planète au Soleil, balaie la même surface.
3- la loi liant période et demi-grand axe, le carré de la période égale le cube du demi-grand axe.

Bien sûr, vous avaient tous reconnu le système solaire de Pluton au Soleil… et un objet intrus (trajectoire verte) tournant avec une forte inclinaison, peut-être entre Jupiter et Saturne

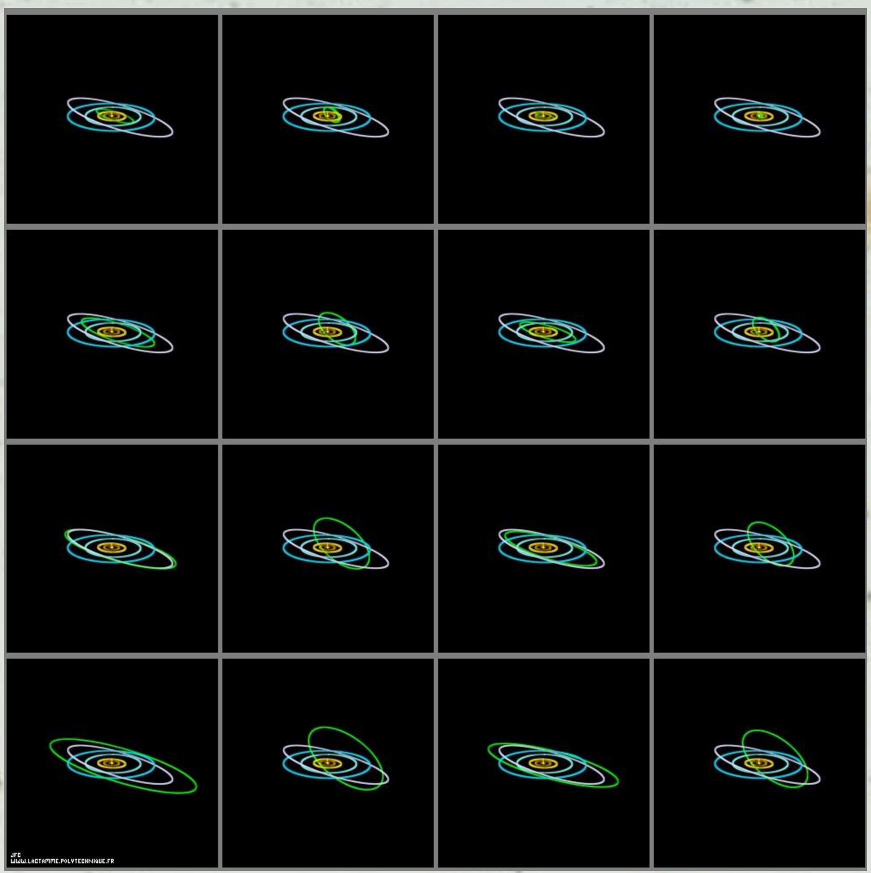


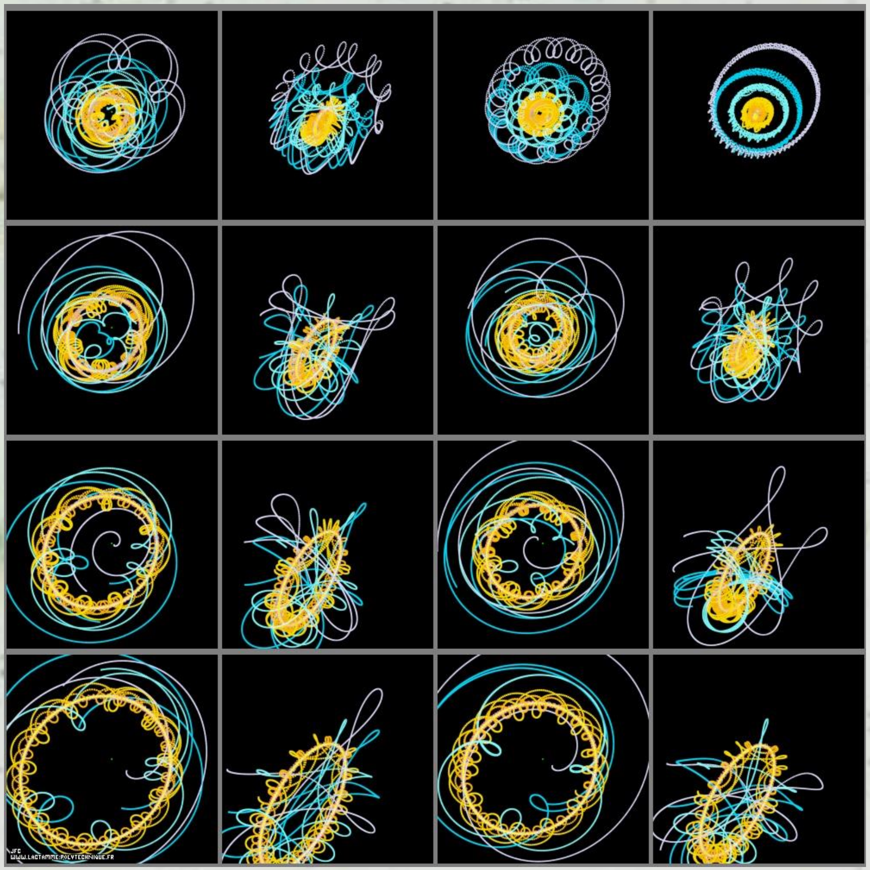
Pour un Kepler, habitant cette planète verte, ayant sous la main tous les relevés des positions des planètes solaires, relevés établis avec beaucoup de soin, ayant reconstitué en volume les positions de ces planètes, quelle intelligence aurait-il dû avoir pour comprendre les mêmes lois ? C'est pourtant ce qu'il aurait vu !

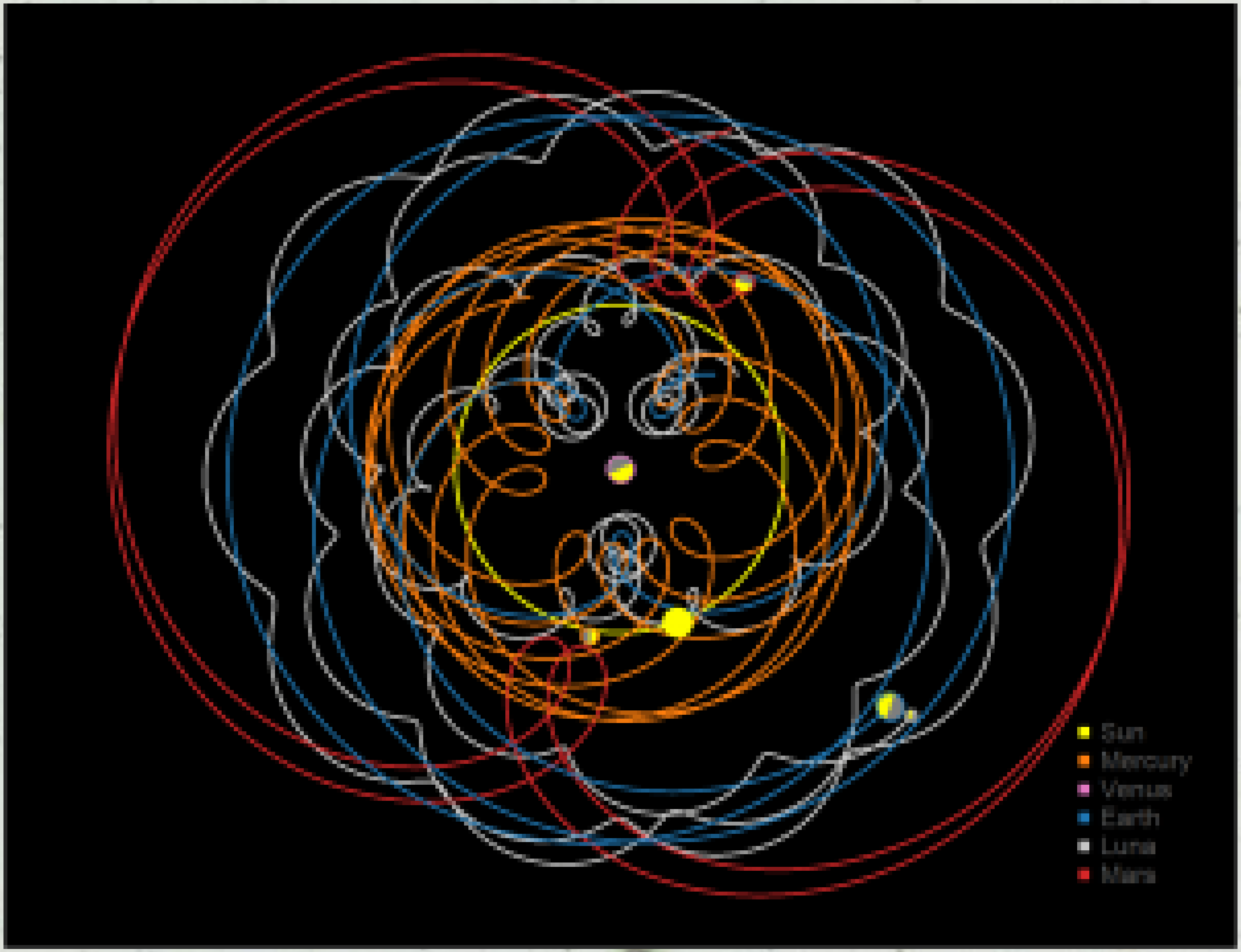


Les deux images de ma question sont sur la page de garde de la revue du C.L.E.A. (Comité de liaison enseignants - astronomes) n° 152 de décembre 2015. Elles sont prises sur le site, ainsi que celles-ci-dessous :

http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/MouvementsRelatifs_et_ObservationsAstronomiques.01.Fra.html







Ce que l'on verrait depuis Vénus :

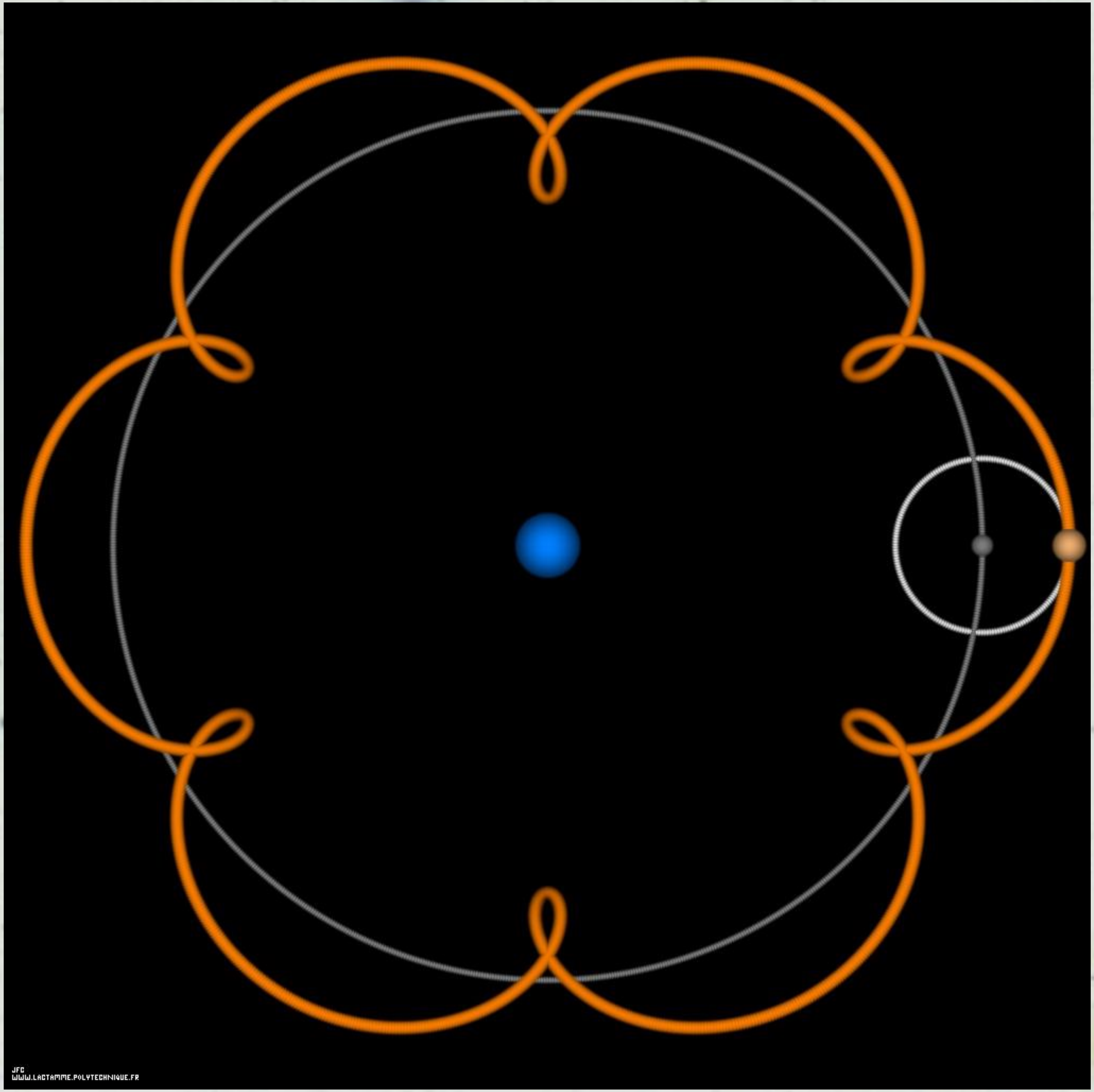
http://drawingwithnumbers.artisart.org/wp-content/uploads/2014/01/Venus-Centered-300x246.png

Comment les hommes ont-ils interprété le mouvement des planètes ? Chez les grecs (et ailleurs ?) le seul mouvement « divin » est le mouvement circulaire, qui doit être éternel !

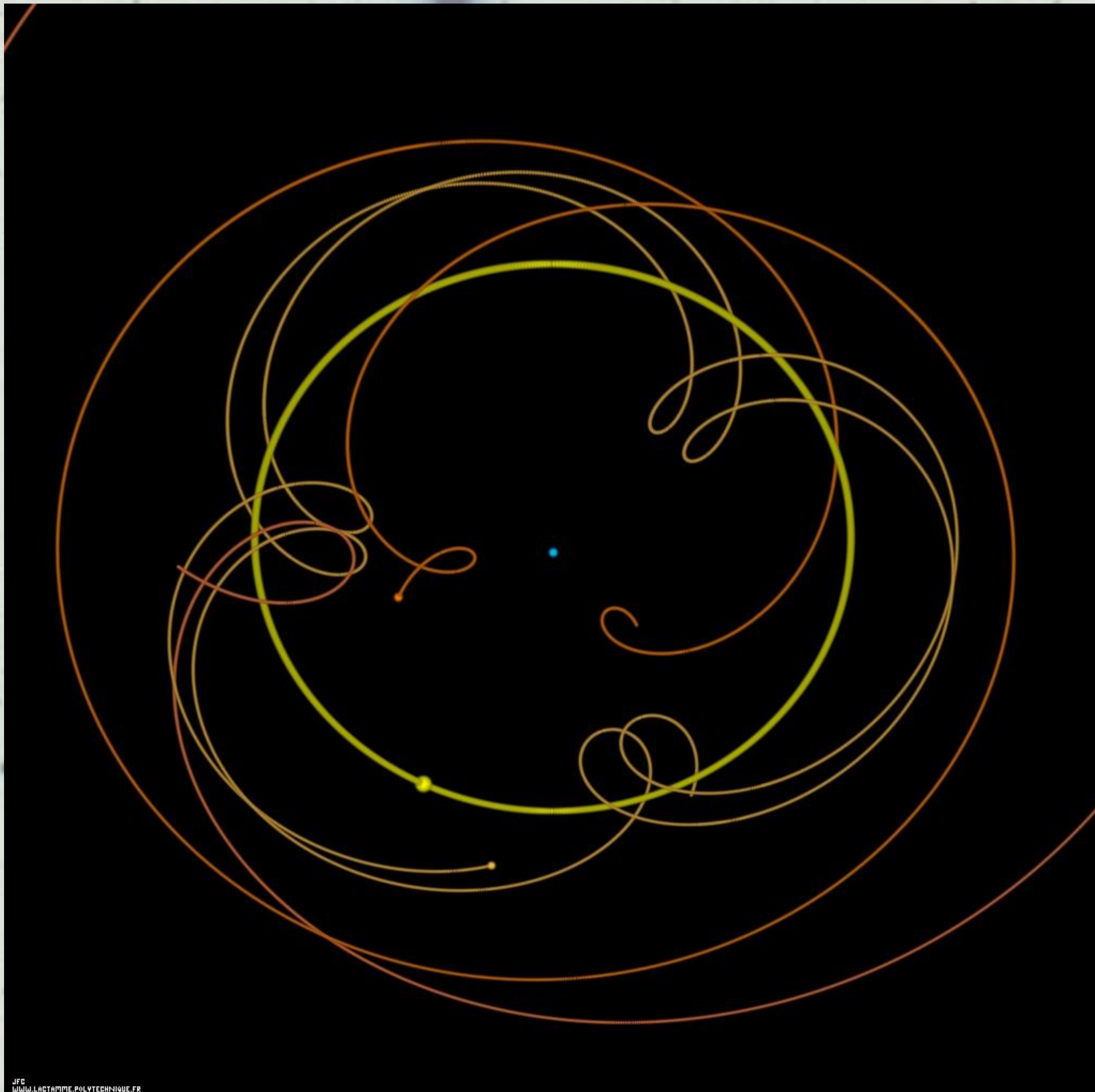
Les Grecs eux aussi ont pensé le temps historique sur un modèle cosmique. Le cycle correspond à la perfection divine du cercle. Aristote[2] admet que l'histoire tourne comme une roue et que des événements semblables se présentent dans le passé et dans le présent , ce qui permet d'inférer qu'ils se présenteront dans le futur. La guerre de Troie par exemple, est à la fois passée et future.

Il faut dire que l'Antiquité ne dispose pas d'une théorie de la dynamique, mais qu'elle sait distinguer ce qui est géométrique (géométrisable avec la règle et le compas) et ce qui ne l'est pas (le dentelé, le sinueux...). Elle oppose ainsi le mouvement circulaire, qui est parfait, le mouvement rectiligne, qui est toujours segmentaire, et le mouvement erratique. Les deux premiers mouvements sont tenus pour cohérents, bien que d'inégale importance. Le mouvement rectiligne offre une régularité continue, mais à très court terme. Pour les Grecs et les Romains, seul le mouvement circulaire peut modéliser avec suffisamment d'ampleur l'histoire selon une périodicité.

Ce texte est tiré du livre « Sur quelques figures du temps » par Bernard Bachelet. Voir http://www.puf.com/Auteur:Bernard_Bachelet

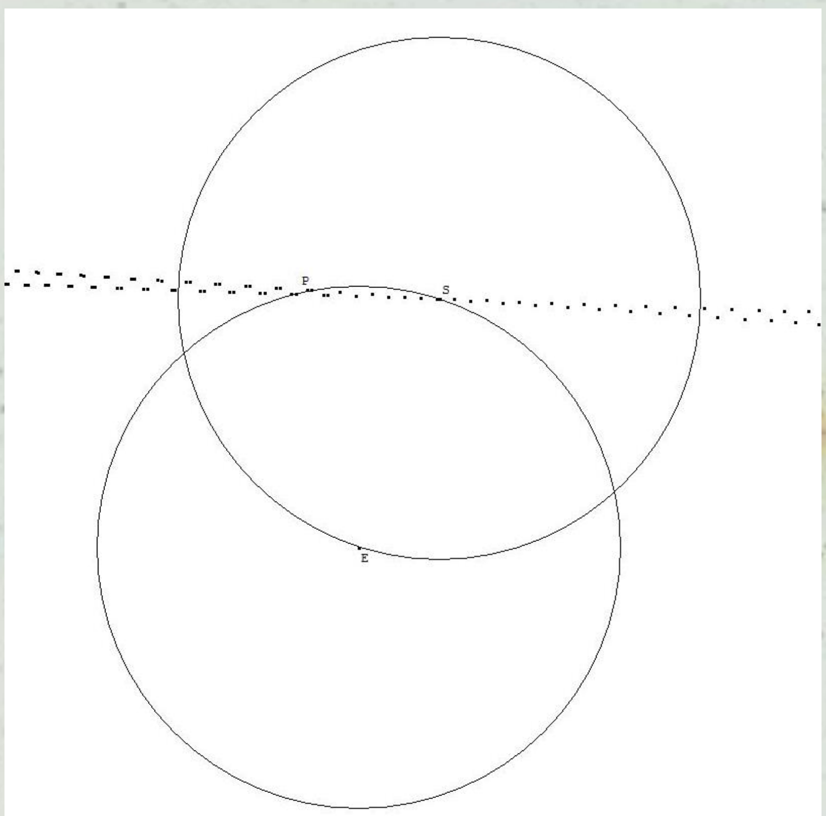


Aussi ils inventèrent tout un système de cercles (déférent et épicycles) pour simuler le mouvement des planètes, comme on peut le voir sur ce dessin pour Mars tournant autour de la Terre.

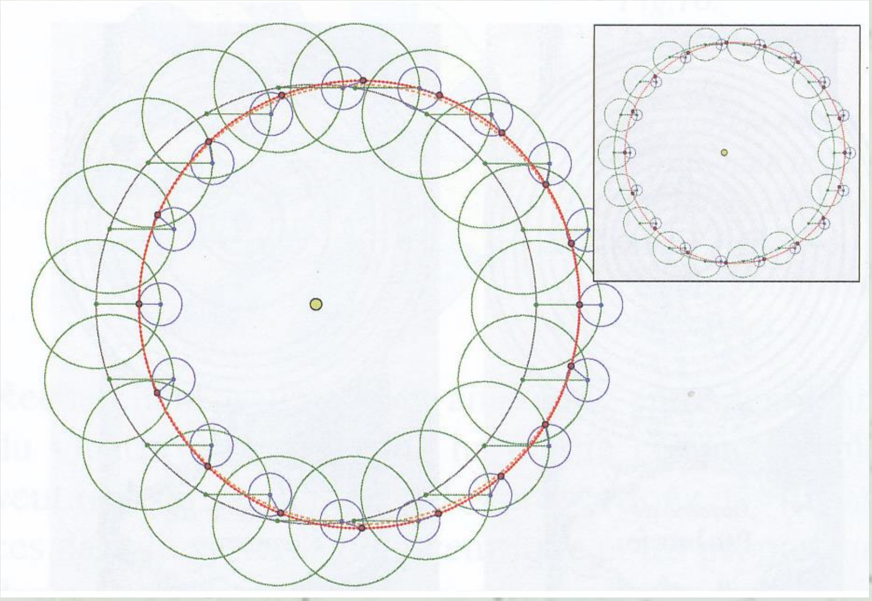


Le système solaire géocentrique, c'est-à-dire dans lequel la Terre est située au centre et donc immobile (corps bleu). Le mouvement du Soleil (corps jaune le plus gros) est quasiment circulaire, alors que les planètes (pour simplifier seules Mercure, Venus, et Mars sont représentées) décrivent des trajectoires beaucoup plus complexes possèdant des boucles dites de *rétrogradation*. Au cours du temps, leur mouvement est fait d'alternances de grandes avancées et de petits reculs.

Sans vouloir insister trop sur les épicycles, l'astronome arabe al-Tusi montre qu'à l'aide de deux mouvements circulaires on peut obtenir un mouvement linéaire, ce qui remet en cause les théories d'Aristote !



En fouillant dans la toile à la recherche de Al Tusi, j'ai découvert ce site dont je vous recommande la visite ! http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Al-Tusi/Al-Tusi_Maragheh.html

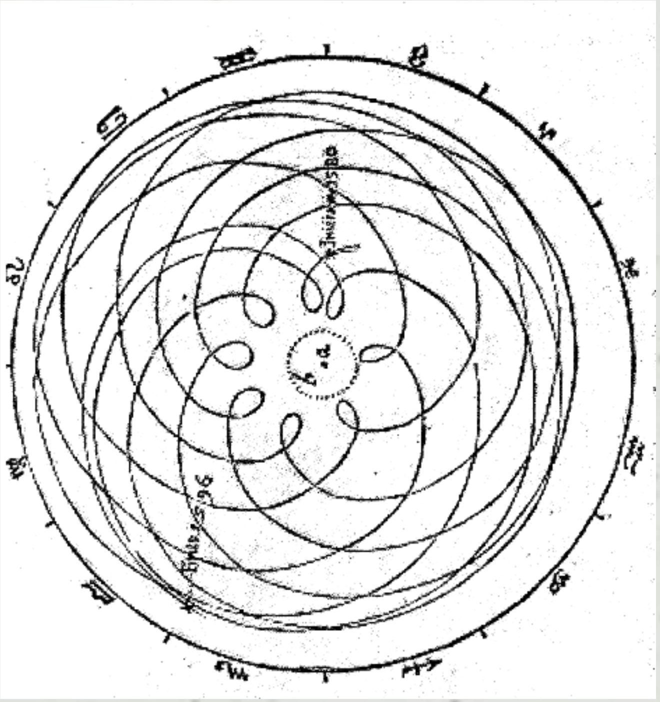


Pour Copernic, l'orbite de Mars (1 déférent et 2 épicycles) est un ovale excentré (le Soleil n'est pas au centre de l'ovale ni le centre de l'Univers !).

(Dans cette figure les rayons des épicycles sont doublés).

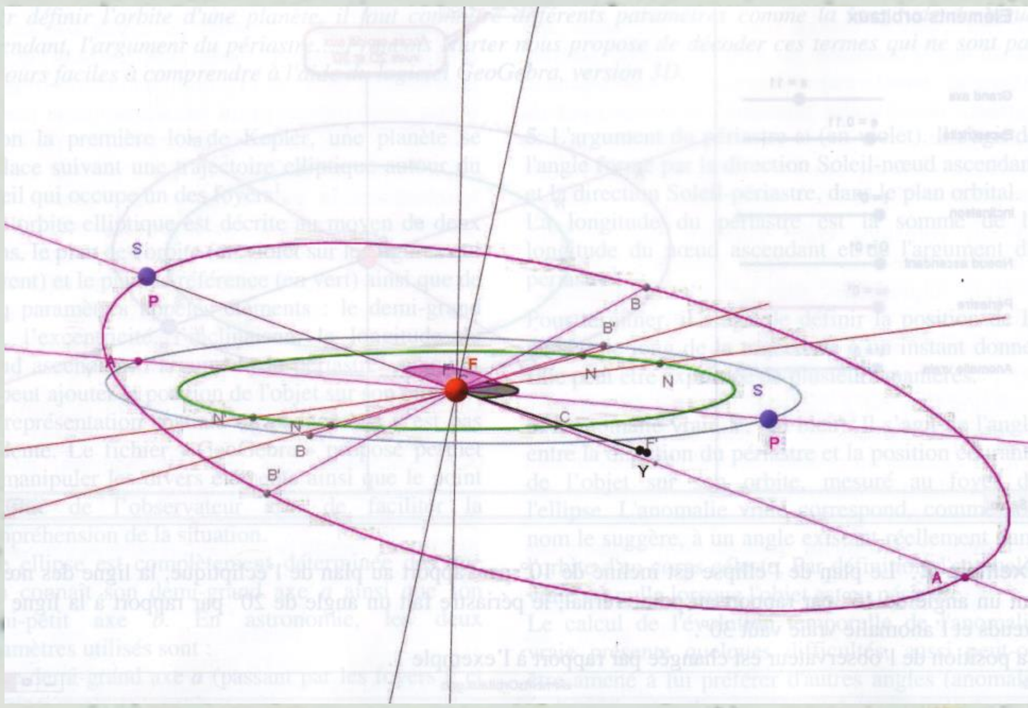
Esquisse de l'orbite de Mars entre 1580 et 1596, réalisée par Kepler en système géocentrique. Si les trajectoires sont matérielles, il ne reste pas beaucoup de place pour les autres planètes !

(Astronomia nova)



https://fr.wikipedia.org/wiki/Ovale_de_Cassini

Ainsi, grâce à Kepler et à Newton les hommes ont su décrire les trajectoires des astres gravitant dans l'Univers : ces trajectoires sont des ellipses.



Une ellipse est définie par deux paramètres. Le choix habituel en astronomie est son demi grand axe et son excentricité.

Pour positionner une planète sur son orbite il faut encore définir d'autres données.

(Je ne veux pas rentrer dans une étude approfondie… pas ici !)

Suite aux travaux de Galilée sur la chute des corps, on savait qu'un corps en chute libre était soumis à une accélération constante. C'est-à-dire que la distance qu'il parcourt, soumis à son seul « poids », augmente proportionnellement au carré du temps de parcours. En formule moderne :

$$D=kt^2$$

Mais Galilée ignorait la cause du mouvement.

En regardant tomber une pomme (dit-on !) Newton compris que celle-ci était soumise à une force d'attraction (la gravité) qui lui donne une accélération constante (localement : g), que sa vitesse augmentait proportionnellement au temps $v=gt$, sa position changeait suivant la formule $x=1/2gt^2$. Autrement dit : la vitesse est la dérivée de la position, l'accélération la dérivée de la vitesse. Ces équations sont les équations *différentielles* du mouvement.

Dans l'espace, les équations sont plus complexes mais le principe est le même. Une planète tournant autour du Soleil « tombe » sur celui-ci, comme la Lune nous « tombe » dessus.

On sait trouver la trajectoire d'une planète tournant autour du Soleil (ou d'un satellite tournant autour d'un autre objet) à condition qu'il n'y ait aucune autre influence sur ce satellite ou cette planète que celle de l'attracteur principal.

On ne sait pas le faire si au lieu d'un seul corps il y en a plusieurs, comme la Lune soumise à l'attraction de la Terre et du Soleil ! (problème connu sous le nom de « problème des trois corps ». Dans ce cas les paramètres de l'ellipse changent au cours du temps, les paramètres de la position de la planète sur sa trajectoire aussi ! Bien sûr, le problème devient de plus en plus complexe si on considère les influences gravitationnelles de tous les corps du système solaire !!!!

Avec les lois de la gravitation, les astronomes-mathématiciens comme Laplace, Lalande, le Verrier introduisent des méthodes de calculs basées sur les lois de Kepler et de « petites perturbations ». Cette méthode leur permet d'affirmer que le système solaire est stable dans le temps, par le passé comme dans l'avenir…

Le Verrier a mis cette technique en application pour découvrir Neptune, mais il finit par avoir des doutes : « de petites perturbation ne peuvent-elles pas avoir de grandes conséquences ? »

Nous allons revenir sur le sujet mais j'ai besoin de vous faire découvrir « le C H A O S »…

Il y a beaucoup à dire et à voir sur le site ci-dessous, je vous en recommande la visite. On peut considérer trois sortes de chaos :

- **Un chaos naturel dont vous aurez une idée en regardant s'écouler l'eau d'un torrent ou les vagues de la mer,**
- **Un chaos déterministe, que l'on introduit dans une succession d'événements « apparemment aléatoires », mais qui se reproduisent à l'identique si on repart des mêmes conditions initiales,**
- **Un chaos purement mathématique peut-être introduit dans les calculs par nos propres machines !**

http://www.chaos-math.org/fr

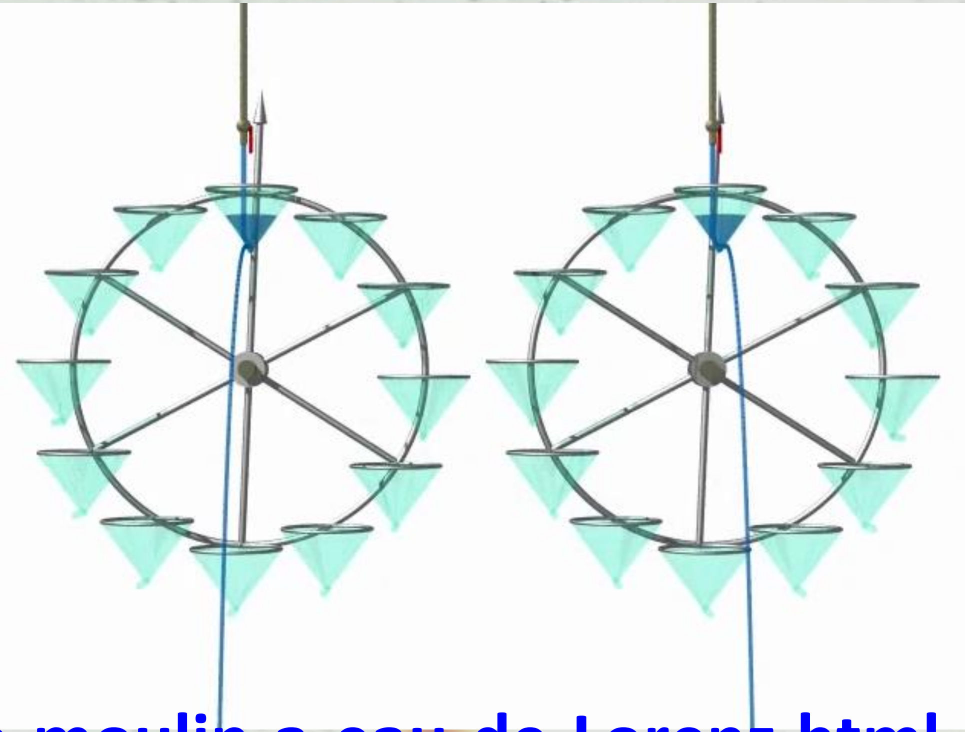
Voir la vidéo d'accueil du site sur

https://www.youtube.com/watch?v=pWXQ0n0Sq2A

Une expérience peut dépendre des conditions initiales même si celles-ci différent très peu d'un essai à l'autre !

Lorentz est un météorologue dont tout le monde connaît le « fameux papillon », vous savez celui qui par un battement d'aile dans la forêt amazonienne a produit une tornade sur Chicago. Regardons ses « moulins à eau ». Ceci sont virtuels ils sont donc « strictement » identiques.

L'un est positionné avec une déviation d'un angle de 2°, l'autre de 1,992°, examinons ce qui se passe quand on ouvre les robinets !



Voir cette animation sur http://images.math.cnrs.fr/Le-moulin-a-eau-de-Lorenz.html

Pour faire bref…

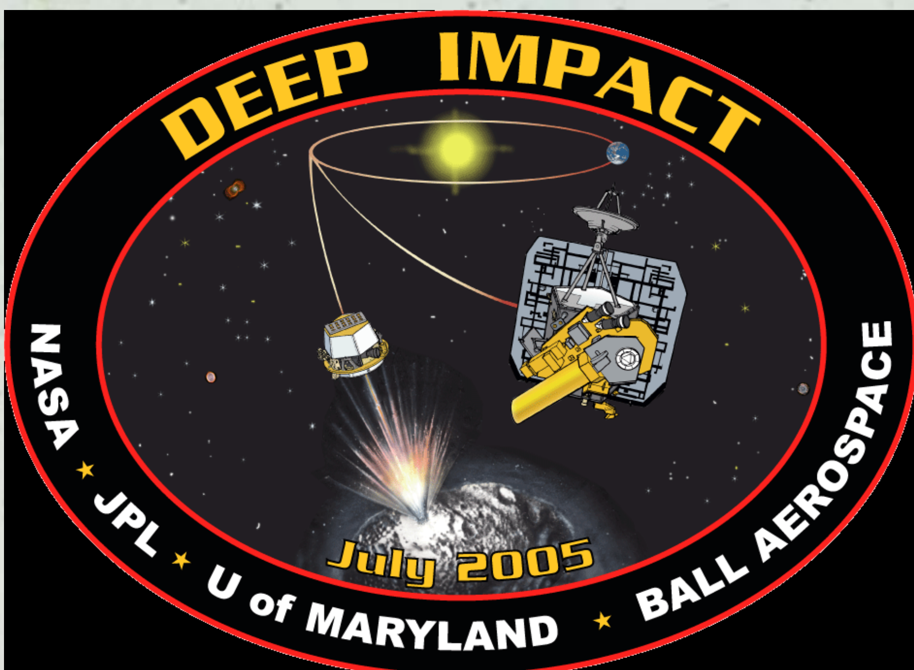
Il faut retenir des expériences précédentes le fait que les conditions initiales sont déterminantes pour la suite des mouvements envisagés. Mais encore plus, que pour des conditions initiales *très voisines* après un certain temps, les situations futures peuvent être extrêmement différentes.

Les astronomes ont cherché des techniques permettant d'obtenir les trajectoires des planètes et autres objets du système solaire, sur des périodes très longues. On sait aujourd'hui que :

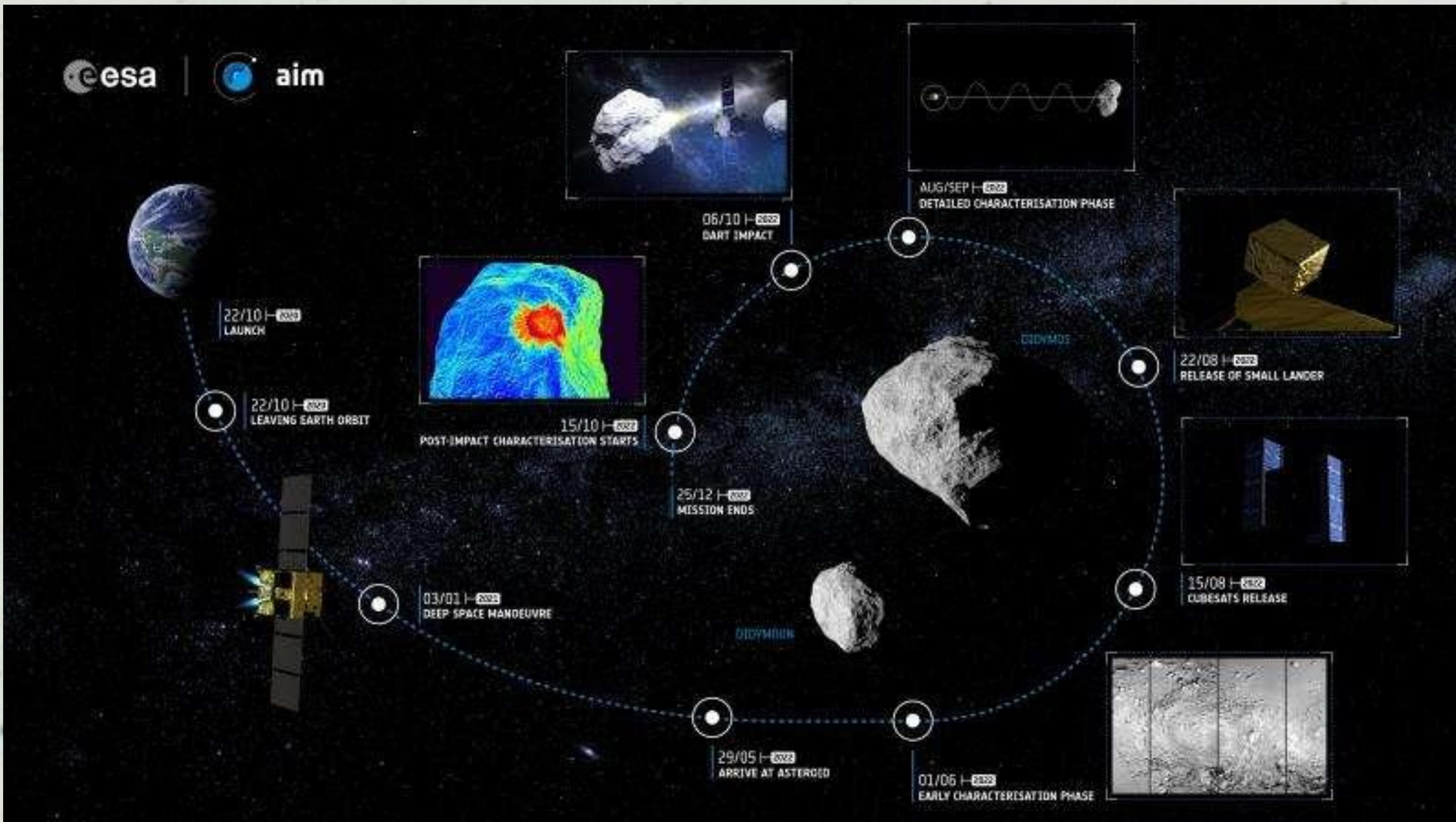
Les planètes géantes gazeuses sont sûrement stables sur des centaines de millions d'années, mais que les planètes telluriques ne le sont pas. Une erreur de position de la Terre de 15 m aujourd'hui peut induire une erreur de 150 millions de km dans 100 millions d'années !

On peut imaginer ce qu'il se passe pour les planètes tournant autour de deux étoiles ! Ou des petites lunes autour du couple Pluton – Charon et bien d'autres situations où l'évolution des trajectoires sera beaucoup plus rapide.

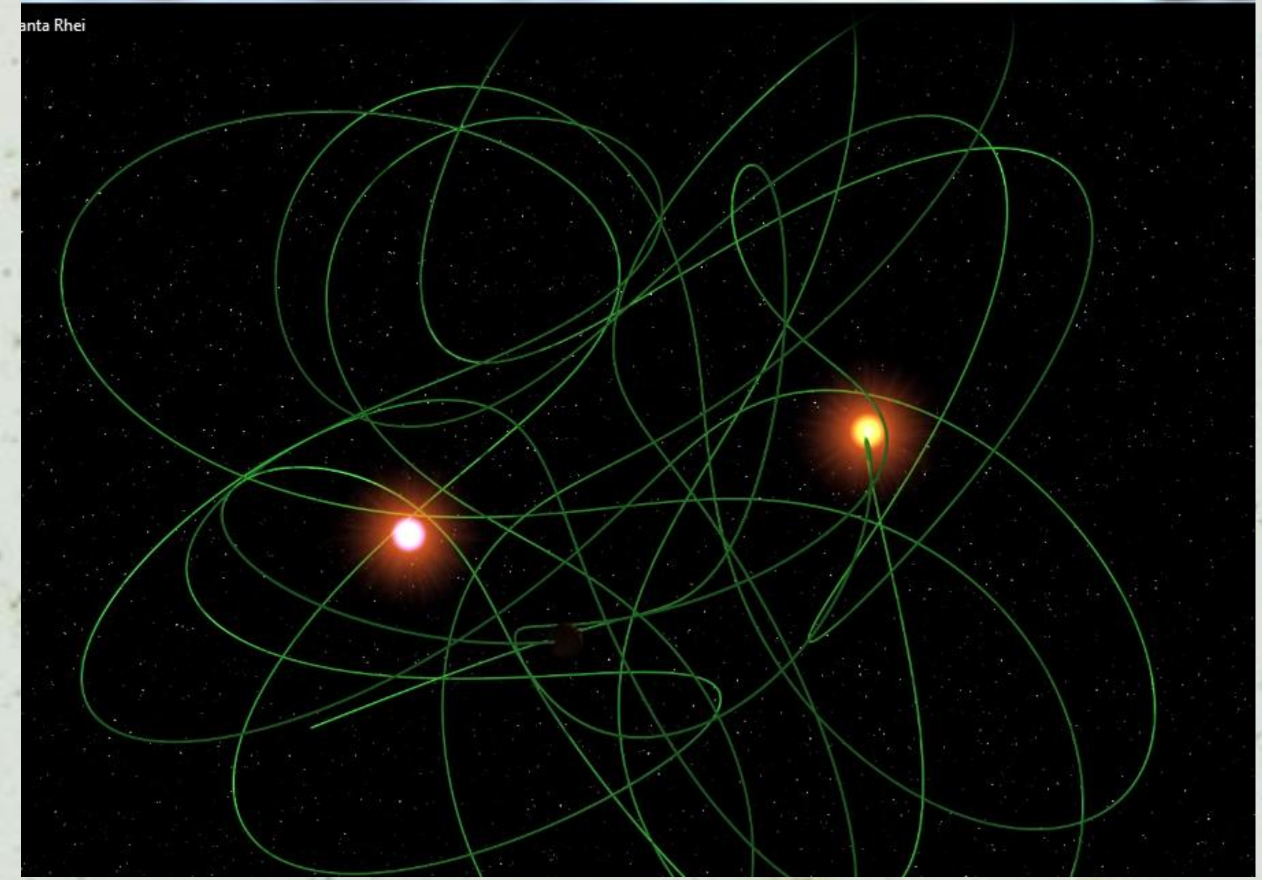
En particulier vous vous souvenez de la mission Deep Impact.



Quelle influence a-t-elle pu avoir sur la trajectoire de la comète Temple 1 ?
Et la mission AIDA, consistant à dévier la lune Didymoon de l'astéroïde Didymos ? (mission prévue en 2020/2022)



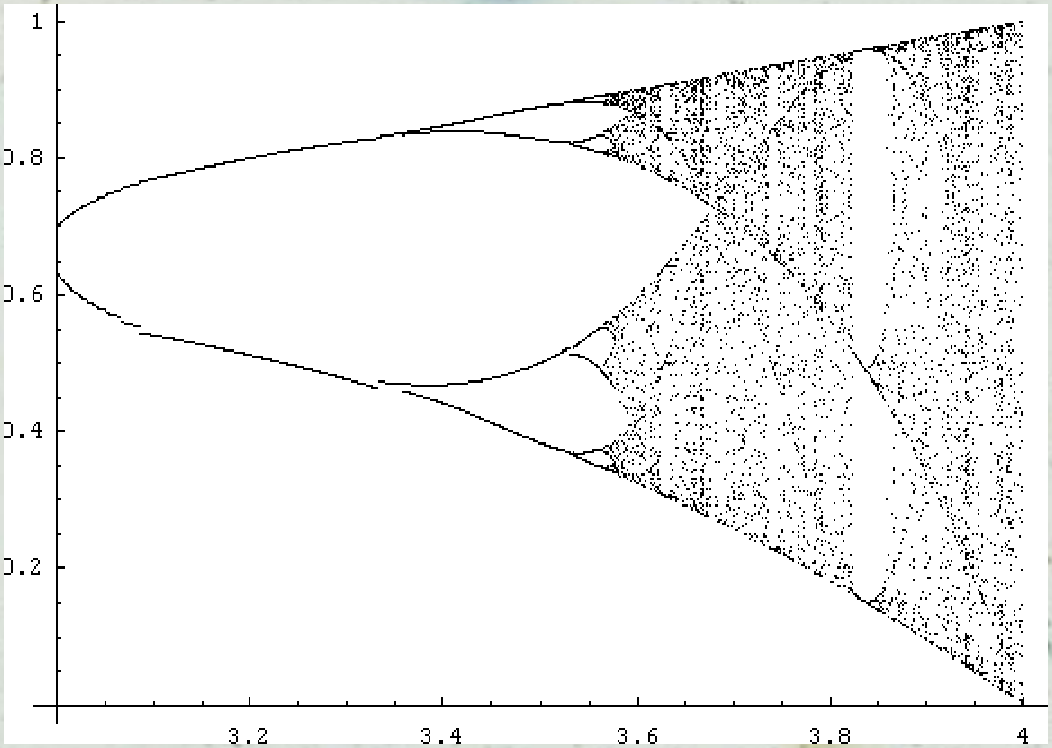
http://phys.org/news/2015-09-aida-mission-didymos-asteroid-didymoon.html



Voir la vidéo complète sur : https://www.youtube.com/watch?v=JNWM8hTXVNM
Ou sur le site directement. http://www.chaos-math.org/fr

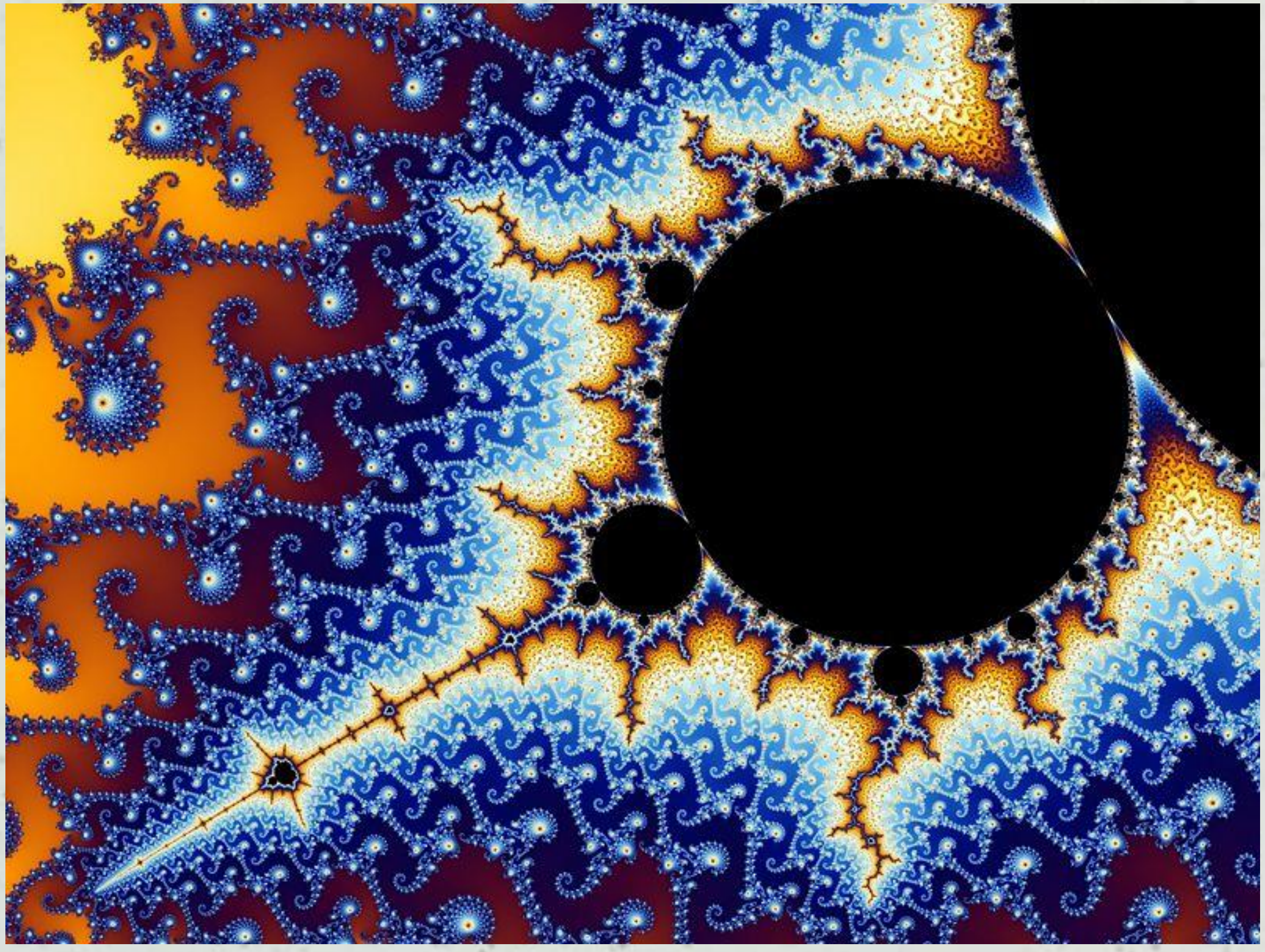
Vous trouverez sur une des vidéos sur le site donné, cette illustration d’une planète tournant autour de deux étoiles… cela ne ressemble pas vraiment à une orbite képlérienne ! La planète finira-t-elle au cœur d’une des deux… et laquelle ?

Chaos mathématique



Le graphique suivant est obtenu de la façon suivante : on part de la fonction simple : $Rx_0(1-x_0)$, où x_0 est une valeur arbitraire comprise entre 0 et 1. La valeur x_1 obtenue réinjectée dans la formule donne x_2, puis x_3 et ainsi de suite. Les résultats dépendent de la valeur de R…

Je vous propose de voir le site : http://www.edelo.net/chaos/chap3.htm
Cette étude peut être appliquée à l'évolutions des populations prédateurs/ressources, à la tachycardie cardiaque, au mouvement erratique du « bruit » sur les transmissions numériques et même dans l'art graphique…
http://images.math.cnrs.fr/Sculptures-du-chaos.html



Il y aurait beaucoup à dire encore sur toutes les études et les utilisations découlant de ces recherches.
Je voudrais simplement vous dire une interrogation qui m'est venue à la suite de toutes mes lectures…

http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/FloatingPointNumbers.01.Fra.html

En partant des formules : (r+1)x – r(xx) ; (r+1)x – (rx)x ; ((r+1)-(rx))x ; rx+(1-(rx))x et enfin x+r(x-(xx)) strictement identiques, mathématiquement parlant, l'auteur du site arrive à avoir des résultats différents sur des machines différentes et même sur la même machine !

Les ordinateurs sont ils fiables quand on leur confie les calculs de la trajectoire future de la Terre ??????

O200 Silicon Graphics (processeur R10000, IRIX 6.5.5m, Java) :

	(R+1)X-R(XX)	(R+1)X-(RX)X	((R+1)-(RX))X	RX+(1-(RX))X	X+R(X-(XX))
X(0000) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
X(0500) =	1.288736212247168	0.0070578130757738616	1.2767485100695732	1.246534177059494	0.03910723014701789
X(1000) =	1.3327294162589722	0.916560711983132	1.207710752523091	0.27770146115891703	0.26663342726567785
X(1500) =	1.1448646685382955	0.4481000759915065	0.3102077001456977	0.015374092695375374	0.9841637252962943
X(2000) =	1.0548628914440754	0.896126931497168	0.6851138190159249	0.009229885271816535	0.3860923315999224
X(2500) =	1.292802584458599	0.06063433547953646	1.174118726001978	0.6922411856638806	0.020878761210912034
X(3000) =	1.0497821908090537	0.0219606878364607	1.3287403237319588	0.11354602472378028	0.13270749449424302
X(3500) =	0.8115039383609847	1.3213031319440816	0.6545151597367076	0.5760786099237328	1.324039473116061
X(4000) =	0.04922223042798102	1.3203298564077224	0.09243804931690679	0.9496284087750142	1.316597313359563
X(4500) =	0.4745896653599724	0.32865616721789603	0.018965010461877246	0.25384661313701296	0.18512853535354462

PC (processeur Pentium II, LINUX Mandrake 7.0, Java) :

	(R+1)X-R(XX)	(R+1)X-(RX)X	((R+1)-(RX))X	RX+(1-(RX))X	X+R(X-(XX))
X(0000) =	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
X(0500) =	1.2887362122471679	0.00705781307573862	1.2767485100695732	1.2465341770675666	0.03910723014701789
X(1000) =	1.3327294162589722	0.91656071198313205	1.207710752523091	0.6676224369769922	0.26663342726567785
X(1500) =	1.1448646685382955	0.44810007599150647	0.31020770014569771	0.41049165176544455	0.98416372529629426
X(2000) =	1.0548628914440754	0.89612693149716804	0.68511381901592494	1.0026346845706315	0.3860923315999224
X(2500) =	1.3328681064703032	0.06063433547953646	1.1741187260019781	0.0154001182074282	0.02087876121091203
X(3000) =	1.2956769824648844	0.0219606878364607	1.3287403237319588	0.50504896336548377	0.13270749449424302
X(3500) =	0.19193027175727995	0.37986077053509781	0.6545151597367076	0.38299434265835819	1.324039473116061
X(4000) =	1.2491385720940165	0.96017143401896088	0.09243804931690679	0.6565274346305322	1.316597313359563
X(4500) =	0.00644889182443986	1.3185465795235045	0.01896501046187725	0.94966313327336349	0.18512853535354462

N’oublions pas que les ordinateurs ignorent totalement les nombres réels…